

Concursul Național Interdisciplinar

“Vrănceanu – Procopiu”

19 noiembrie 2025

ETAPA JUDEȚEANĂ

FIZICĂ

IX

Problema I Întâlniri

(10 puncte)

Un mobil este aruncat vertical, în sus, cu viteza inițială v_{01} , de la suprafața Pământului. După o întârziere t_0 , este aruncat în sus, pe aceeași verticală, tot de la suprafața Pământului, un al doilea mobil cu viteza inițială v_{02} ($v_{02} > v_{01}$). Se consideră că accelerația gravitațională g este constantă.

- Determinați valorile de extrem ale coordonatei și vitezei primului mobil, în timpul urcării sale.
- Deduceți condiția pe care trebuie să o îndeplinească întârzierea t_0 pentru ca mobilele să se întâlnească:
 - în punctul culminant atins de primul mobil;
 - în timpul urcării ambelor mobile;
 - la coborârea primului și urcarea celui de al doilea.
- În ipoteza că $v_{01} > v_{02}\sqrt{2}$, determinați întârzierea τ , după care este aruncat pe verticală, de jos în sus, al doilea mobil, față de momentul în care primul mobil ajunge în punctul culminant, astfel încât întâlnirea în aer a celor două mobile să aibă loc la înălțimea maximă posibilă.

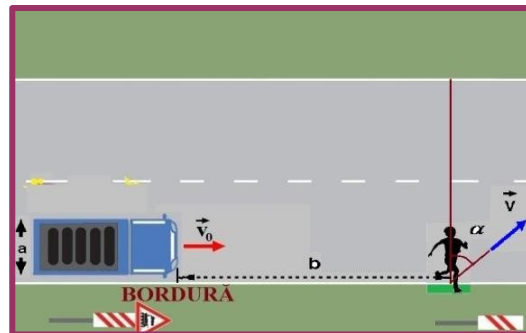
Problema a II-a

(10 puncte)

O traversare riscantă

II. A) Un autoturism, având lățimea a , se deplasează rectiliniu uniform, cu viteza v_0 pe lângă bordura unei șosele cu sens unic. Un pieton imprudent, aflat pe bordură, la distanța b față de partea anterioară a autoturismului, în fața sa, vrea să traverseze fără a fi lovit de autoturism.

- Pe ce direcție ($\alpha = ?$) trebuie să se deplaseze rectiliniu uniform pietonul, pentru ca modulul vitezei sale să poată avea valoarea **minim** posibilă ?
- Exprimați această valoare a vitezei prin v_0 , a și b ;
- Aplicație numerică: $a = 1,5 \text{ m}$, $b/a = (\sqrt{3} + 1)/(\sqrt{3} - 1)$, $v_0 = 36 \text{ km/h}$.



Precizare: Din trigonometrie se cunosc formulele: $\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$; $\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b$. S-ar putea să vă fie utile.

Un experiment...

II. B) Un elev studiază mișcarea unui cărucior dotat cu un dispozitiv care marchează pozițiile lui la intervale egale, succesive, de timp. Măsurând distanțele parcurse de cărucior, el obține că în primele două intervale de timp, acestea sunt egale cu $d_1 = 18 \text{ cm}$ și respectiv $d_2 = 14 \text{ cm}$. Care este distanța d_3 parcursă în următorul interval de timp?

- Fiecare dintre subiecte se rezolvă pe câte o foaie separată.
- În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele.
- Durata probei este de **3 ore** din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
- Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
- Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

Concursul Național Interdisciplinar
“Vrănceanu – Procopiu”
19 noiembrie 2025
ETAPA JUDEȚEANĂ
FIZICĂ – barem de evaluare și notare

IX

Problema I (10 puncte)

Problema I. Întâlniri		Parțial	Punctaj
a.	Aruncarea pe verticală de jos în sus a primului mobil, cu viteza v_{01} este o mișcare uniform încetinită cu accelerația $a = -g$. Viteza la un moment dat va fi: $v = v_{01} - gt$	0,75 p	3
	$v_{1min} = 0$ $v_{1max} = v_{01}$	0,50 p	
	Coordonata la un moment dat va fi: $h = v_{01} \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$	0,75 p	
	Coordonata admite un maxim pentru: $t_{max} = \frac{v_{01}}{g}$ care reprezintă și timpul de urcare al primului mobil.	0,50 p	
	$h_{1max} = \frac{v_{01}^2}{2g}$ $h_{1min} = 0$	0,50 p	
b.	b.1. Din text rezultă că timpul de mișcare al primului mobil (de la plecare până la întâlnire) este egal cu timpul de urcare, iar altitudinea de întâlnire este: $h_1 = h_{1max} = \frac{v_{01}^2}{2g}$	0,25 p	3
	În aceste condiții, mobilul al doilea se mișcă pe distanța: $h_2 = v_{02} \cdot (t_{u1} - t_0) - \frac{g}{2} (t_{u1} - t_0)^2$	0,50 p	
	$h_2 = h_{1max}$	0,25 p	
	$v_{02} \left(\frac{v_{01}}{g} - t_0 \right) - \frac{g}{2} \left(\frac{v_{01}}{g} - t_0 \right)^2 = \frac{v_{01}^2}{2g}$	0,25 p	
	$g^2 \cdot t_0^2 - 2(v_{01} - v_{02}) \cdot gt_0 + 2v_{01}^2 - 2v_{01}v_{02} = 0$	0,25 p	

Concursul Național Interdisciplinar

“Vrănceanu – Procopiu”

19 noiembrie 2025

ETAPA JUDEȚEANĂ

FIZICĂ – barem de evaluare și notare

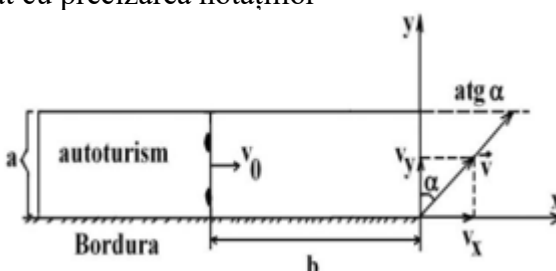
IX

c.	Soluția acestei ecuații convine numai pentru semnul plus în fața radicalului, ne dă condiția cerută, întârzierea t_0 pentru întâlnirea mobilelor în punctul culminant atins de primul mobil: $t_0 = \frac{v_{01} - v_{02} + \sqrt{v_{02}^2 - v_{01}^2}}{g}$	0,50 p	
	b.2. Întârzierea t_0 pentru întâlnirea mobilelor la urcarea acestora trebuie să îndeplinească condiția: $t_0 < \frac{v_{01} - v_{02} + \sqrt{v_{02}^2 - v_{01}^2}}{g}$	0,50 p	
	b.3. Întârzierea t_0 pentru întâlnirea mobilelor la coborârea primului mobil și urcarea celui de al doilea mobil trebuie să îndeplinească condiția: $\frac{v_{01} - v_{02} + \sqrt{v_{02}^2 - v_{01}^2}}{g} < t_0 < \frac{2v_{01}}{g}$	0,50 p	
	Înălțimea maximă la care poate avea loc întâlnirea este înălțimea maximă la care ajunge cel de-al doilea corp: $h_{2max} = \frac{v_{02}^2}{2g}$	0,75 p	3
	Coordonata primului corp în timpul coborârii: $h_1 = \frac{v_{01}^2}{2g} - \frac{gt^2}{2}$	0,75 p	
	Momentul în care are loc întâlnirea: $t = \frac{\sqrt{v_{01}^2 - v_{02}^2}}{g}$	0,50 p	
	$\tau = t - \frac{v_{02}}{g}$	0,50 p	
	Rezultă: $\tau = \frac{-v_{02} + \sqrt{v_{01}^2 - v_{02}^2}}{g}$	0,50 p	
Oficiu			1
Total problema I			10

Concursul Național Interdisciplinar
“Vrănceanu – Procopiu”
19 noiembrie 2025
ETAPA JUDEȚEANĂ
FIZICĂ – barem de evaluare și notare

IX

Problema a II-a (10 puncte)

Barem Problema II A. O traversare riscantă		Parțial	Punctaj
a.	Un desen adecvat cu precizarea notațiilor 	0,50 p	0,5
b.	Conform desenului putem scrie: $v_x = v \sin \alpha$ $v_y = v \cos \alpha$ $a = v_y t = vt \cos \alpha$ $b + a \cdot \operatorname{tg} \alpha = v_0 t$	1 p	3,5
	Eliminarea timpului din ultimele relații: $t = \frac{a}{v \cos \alpha}$ $b + a \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{a v_0}{v \cos \alpha}$ și stabilirea dependenței $v = \frac{v_0}{\left(\frac{b}{a}\right) \cos \alpha + \sin \alpha} \equiv v(\alpha)$	0,50 p	
	Pentru a stabili valoarea minimă a vitezei, notăm convențional $\left(\frac{b}{a}\right) \equiv \operatorname{tg} \theta$ și transcriem relația de mai sus sub forma: $v(\alpha) = \frac{v_0 \cos \theta}{\sin(\alpha + \theta)}$	0,75 p	

Concursul Național Interdisciplinar

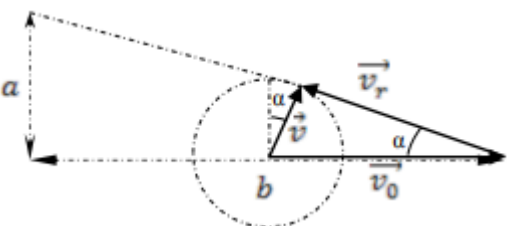
“Vrănceanu – Procopiu”

19 noiembrie 2025

ETAPA JUDEȚEANĂ

FIZICĂ – barem de evaluare și notare

IX

	Viteza este minimă pentru $\sin(\alpha + \theta) = \max = 1$ Aceasta înseamnă $\theta + \alpha = 90^\circ$ ceea ce ne dă $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{ctg} \theta = \left(\frac{a}{b}\right)$	0,50 p	
	$v_{\min} = v_0 \cos \theta = \frac{a v_0}{\sqrt{a^2 + b^2}}$	0,75 p	
c.	Cu formula: $\operatorname{tg} 15^\circ = \operatorname{tg}(60^\circ - 45^\circ) = \operatorname{tg}(45^\circ - 30^\circ) = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} = \frac{a}{b} = \operatorname{tg} \alpha$ găsim că $\alpha = 15^\circ$ și $v_{\min} = 0,259 \cdot v_0 = 2,59 \text{ m/s}$ adică $9,32 \text{ km/h}$.	1 p 1 p	2
Altă metodă			
a.) , b.) și c.) Fie $\vec{v}_r = \vec{v} - \vec{v}_0$ viteza relativă a pietonului față de autoturism. Pentru un modul dat al vitezei pietonului, având însă diferite orientări, vârful vitezei relative $\vec{v}_r$ descrie un cerc de rază v. Înclinarea maximă față de bordură a vitezei relative este: $\sin \alpha = \frac{v}{v_0}$ când $\vec{v}_r$ este tangentă la cercul de rază v.  Evitarea impactului dintre pieton și autoturism presupune ca înclinarea α să depășească o valoare minimă: $\sin \alpha \geq \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ Prin urmare, $\frac{v}{v_0} \geq \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ $v_{\min} = \frac{v_0 a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$			

Concursul Național Interdisciplinar
“Vrănceanu – Procopiu”
19 noiembrie 2025
ETAPA JUDEȚEANĂ
FIZICĂ – barem de evaluare și notare

IX

În mod corespunzător: $\sin \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ Numeric: $v_{min} = 9,32 \frac{km}{h}$ $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin 60^\circ \cos 45^\circ - \cos 60^\circ \sin 45^\circ = \sin 15^\circ$ $\alpha = 15^\circ$		
Barem Problema II B. Un experiment	Parțial	Punctaj
Scrierea corectă a sistemului de ecuații care reprezintă legile mișcării mobilului: $d_1 = v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$ $d_1 + d_2 = v_0(2t) + \frac{a \cdot 4t^2}{2}$ $d_1 + d_2 + d_3 = v_0(3t) + \frac{a \cdot 9t^2}{2}$	1,5 p	3
Din rezolvarea sistemului se obține soluția: $d_3 = 2d_2 - d_1$ $d_3 = 10cm$	1,5 p	
Oficiu		1
Total problema II (A+B)		10